

最后一卷

《数学（文史财经类）》

高中起点升本、专科

版权所有·翻版必究

一、选择题（本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 若圆 $x^2 + y^2 = c$ 与直线 $x + y = 1$ 相切，则 $c =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 1
- C. 2
- D. 4

2. 若 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi, \sin\theta = \frac{1}{4}$, 则 $\cos\theta =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$
- B. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$
- C. $-\frac{\sqrt{15}}{16}$
- D. $\frac{\sqrt{15}}{16}$

3. 已知平面向量 $a = (-2, 1)$ 与 $b = (\lambda, 2)$ 垂直，则 $\lambda =$ ()

- A. 4
- B. -4
- C. -1
- D. 1

4. 设集合 $M = \{2, 5, 8\}, N = \{6, 8\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- A. $\{2, 5, 6\}$
- B. $\{8\}$
- C. $\{6\}$
- D. $\{2, 5, 6, 8\}$

5. 二次函数 $y = x^2 + x - 2$ 的图像与 x 轴的交点坐标为 ()

- A. (2, 0) 和 (1, 0)
- B. (-2, 0) 和 (1, 0)
- C. (2, 0) 和 (-1, 0)
- D. (-2, 0) 和 (-1, 0)

6. 设集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}, N = \{x | x \leq 1\}$, 则集合 $M \cap N =$ ()

- A. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$
- B. $\{x | x > -1\}$

C. $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$

D. $\{x \mid x > 1\}$

7. 函数 $y = \frac{1}{x-5}$ 的定义域为 ()

A. $(5, +\infty)$

B. $(-\infty, 5)$

C. $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$

D. $(-\infty, +\infty)$

8. 已知 $a > 0, a \neq 1$, 则 $a^0 + \log_a a =$ ()

A. a

B. 2

C. 1

D. 0

9. 下列函数中, 为减函数的是 ()

A. $y = x^3$

B. $y = \sin x$

C. $y = -x^3$

D. $y = \cos x$

10. $\cos \frac{7}{6}\pi =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 下列函数为奇函数的是 ()

A. $y = x^2$

B. $y = \log_2 x$

C. $y = 3^x$

D. $y = \sin x$

12. 已知一个等差数列的首项为 1，公差为 3，那么该数列的前 5 项和为 ()
- A. 35
B. 30
C. 20
D. 10
13. 函数 $y = \lg(x^2 - 1)$ 的定义域是 ()
- A. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
D. $[-1, 1]$
14. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，则 ()
- A. $\sin\theta > \cos\theta$
B. $\cos\theta < \cos^2\theta$
C. $\sin\theta < \sin^2\theta$
D. $\sin\theta > \sin^2\theta$
15. 某学校为新生开设了 4 门选修课程，规定每位新生至少要选其中 3 门，则一位新生不同的选课方案共有 ()
- A. 7 种
B. 4 种
C. 5 种
D. 6 种
16. 过点 $(2, 1)$ 且与直线 $y = 0$ 垂直的直线方程为 ()
- A. $x = 2$
B. $x = 1$
C. $y = 2$
D. $y = 1$
17. 将 3 枚均匀的硬币各抛掷一次，恰有 2 枚正面朝上的概率为 ()
- A. $\frac{1}{4}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{3}{8}$
D. $\frac{3}{4}$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$ 的半径为_____.

19. 曲线 $y = x^3 - 2x$ 在点 $(1, -1)$ 处的切线方程为_____.

20. 函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ 的极大值为_____.

21. 从某工厂生产的产品中随机取出 4 件，测得其正常使用天数分别为 27, 28, 30, 31，则这 4 件产品正常使用天数的平均数为_____.

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分。解答应写出推理、演算步骤。）

22. 已知公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 = 4, a_5 = -32$.

(I) 求 q ;

(II) 求 $\{a_n\}$ 的前 6 项和 S_6 .

23. 已知 $\triangle ABC$ 中， $A = 110^\circ, AB = 5, AC = 6$ ，求 BC . (精确到 0.01)

24. 已知过点 $(0, 4)$ ，斜率为 -1 的直线 l 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点.

(I) 求 C 的顶点到 l 的距离;

(II) 若线段 AB 中点的横坐标为 6，求 C 的焦点坐标.

25. 设函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$. 求

(I) 函数 $f(x)$ 的导数;

(II) 函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 4]$ 的最大值与最小值.

参考答案及解析

一、选择题

1. 【答案】A

【解析】因为圆 $x^2 + y^2 = c$ 与直线 $x + y = 1$ 相切，故有 $\sqrt{c} = \frac{|0+0-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} \rightarrow c = \frac{1}{2}$.

2. 【答案】B

【解析】因为 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，所以 $\cos\theta < 0$ ， $\cos\theta = -\sqrt{1 - \sin^2\theta} = -\sqrt{1 - (\frac{1}{4})^2} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.

3. 【答案】D

【解析】因为 a 与 b 垂直，所以 $a \cdot b = -2\lambda + 2 = 0, \lambda = 1$.

4. 【答案】D

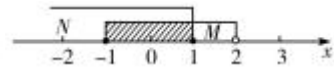
【解析】 $M \cup N = \{2, 5, 8\} \cup \{6, 8\} = \{2, 5, 6, 8\}$.

5. 【答案】B

【解析】由题意知，当 $y = 0$ 时，由 $x^2 + x - 2 = 0$ ，得 $x = -2$ 或 $x = 1$ ，即二次函数 $y = x^2 + x - 2$ 的图像与 x 轴的交点坐标为 $(-2, 0), (1, 0)$.

6. 【答案】A

【解析】用数轴表示(如图).



7. 【答案】C

【解析】当 $x-5 \neq 0$ 时, $y = \frac{1}{x-5}$ 有意义, 即 $x \neq 5$.

8. 【答案】B

【解析】 $a^0 + \log_a a = 1 + 1 = 2$.

9. 【答案】C

【解析】易知三角函数 $y = \sin x, y = \cos x$ 在 \mathbf{R} 上为不增不减函数, 函数 $y = x^3$ 在 \mathbf{R} 上为增函数,

$y = -x^3$ 在 \mathbf{R} 上为减函数.

10. 【答案】D

【解析】 $\cos \frac{7}{6}\pi = \cos(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

11. 【答案】D

【解析】 $f(x) = \sin x = -\sin(-x) = -f(-x)$, 所以 $y = \sin x$ 为奇函数.

12. 【答案】A

【解析】已知等差数列的首项 $a_1 = 1$, 公差 $d = 3$, 故该数列的前 5 项和 $S_5 = 5a_1 + \frac{5 \times (5-1)}{2}d = 35$.

13. 【答案】C

【解析】若要函数 $y = \lg(x^2 - 1)$ 有意义, 须使 $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ 或 $x < -1$, 故函数的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.

14. 【答案】D

【解析】当 $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 时, $\sin \theta \leq \cos \theta$; 当 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, $\sin \theta > \cos \theta$; 当 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, $0 < \sin \theta < 1, 0 < \cos \theta < 1$, 故 $\sin \theta > \sin^2 \theta, \cos \theta > \cos^2 \theta$.

15. 【答案】C

【解析】由题意知, 新生可选 3 门或 4 门选修课程, 则不同的选法共有: $C_3^3 + 1 = 4 + 1 = 5$ (种).

16. 【答案】A

【解析】与直线 $y = 0$ 垂直即是与 x 轴垂直, 也即平行于 y 轴, 故所求直线为 $x = 2$.

17. 【答案】C

【解析】恰有 2 枚正面朝上的概率为 $\frac{C_2^2}{2^3} = \frac{3}{8}$.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 【答案】3

【解析】 $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 9 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-4)^2 = 3^2$, 故圆的半径为 3.

19. 【答案】 $y = x - 2$

【解析】 $y = x^3 - 2x \Rightarrow y' = 3x^2 - 2, y'|_{x=1} = 1$, 故曲线在点 $(1, -1)$ 处的切线方程为 $y + 1 = x - 1$, 即 $y = x - 2$.

20. 【答案】 1

【解析】 $f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$, 令 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ 或 1 . 当 $x < 0$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$. 故当 $x = 0$ 时 $f(x)$ 取极大值, 且 $f(0) = 1$.

21. 【答案】 29

【解析】 所求的平均数 $= \frac{27+28+30+31}{4} = 29$.

三、解答题

22. 【答案】

(I) 由已知得 $a_2 q^2 = a_5$, 即 $4q^3 = -32$, 解得

$$q = -2.$$

(II) $a_1 = a_2 q^{-1} = -2$,

$$S_6 = \frac{(-2) \times [1 - (-2)^6]}{1 - (-2)} = 42.$$

23. 【答案】

根据余弦定理,

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} \\ &= \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \times 5 \times 6 \times \cos 110^\circ} \\ &\approx 9.03. \end{aligned}$$

24. 【答案】

(I) 由已知得直线 l 的方程为 $x + y - 4 = 0$. C 的顶点坐标为 $O(0, 0)$, 所以 O 到 l 的距离 $d =$

$$\frac{|0+0-4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

(II) 把 l 的方程代入 C 的方程得 $x^2 - (8+2p)x + 16 = 0$.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 x_1, x_2 满足上述

方程, 故 $x_1 + x_2 = 8 + 2p$, 又 $\frac{x_1 + x_2}{2} = 6$, 可

得 $\frac{8+2p}{2} = 6$, 解得 $p = 2$.

所以 C 的焦点坐标为 $(1, 0)$.

25. 【答案】

(I) 因为函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$, 所以

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9.$$

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 3$ 或 $x = -1$. 比较

$f(1), f(3), f(4)$ 的大小,

$$f(1) = -11, f(3) = -27, f(4) = -20.$$

所以函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ 在 $[1, 4]$ 的最

大值为 -11 , 最小值为 -27 .